

东北师大附属实验学校 2019-2020 上学期初三年级期中考试

数学试卷

考试时间：120 分钟 总分值：120 分

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

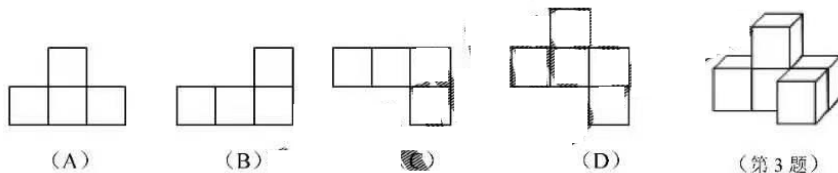
1. -3 的相反数是

- (A) -3 . (B) 3 . (C) $-\frac{1}{3}$. (D) $\frac{1}{3}$.

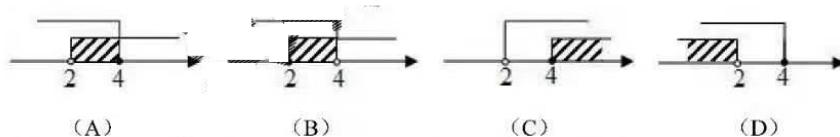
2. 建国 70 周年献礼电影《我和我的祖国》深受观众喜爱，截止到 2019 年 10 月 30 日，该电影票房已达到 25.6 亿元，25.6 亿用科学记数法表示为

- (A) 0.256×10^{10} . (B) 25.6×10^8 . (C) 2.56×10^8 . (D) 2.56×10^9 .

3. 右图是由 5 个相同的小正方体组成的立体图形，这个立体图形是



4. 不等式组 $\begin{cases} x+1 > 3, \\ 4-x \geq 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为



5. 《九章算术》中记载一问题如下：“今有共买鸡，人出八，盈三；人出七，不足四，问人数、物价各几何？”意思是：今有人合伙购物，每人出 8 钱，会多 3 钱；每人出 7 钱，又差 4 钱，问人数、物价各多少？设有 x 人，买鸡的钱数为 y ，依题意可列方程组为

- (A) $\begin{cases} 8x+3=y, \\ 7x+4=y. \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 8x-3=y, \\ 7x-4=y. \end{cases}$ (C) $\begin{cases} 8x+3=y, \\ 7x-4=y. \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 8x-3=y, \\ 7x+4=y. \end{cases}$

6. 如图，某超市自动扶梯的倾斜角 $\angle ABC$ 为 31° ，扶梯长 AB 为 9 米，则扶梯高 AC 的长为

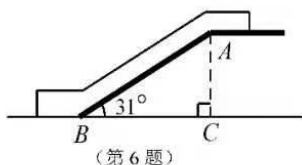
- (A) $9\sin 31^\circ$ 米. (B) $9\cos 31^\circ$ 米. (C) $9\tan 31^\circ$ 米. (D) 9 米.

7. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 、 D 在 $\odot O$ 上，若 $\angle BAC=20^\circ$ ，则 $\angle ADC$ 的大小是

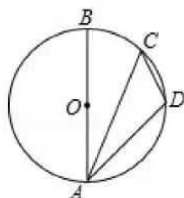
- (A) 130° . (B) 120° . (C) 110° . (D) 100° .

8. 如图，平面直角坐标系中，矩形 $ABCD$ 的边 $AB:BC=3:2$ ，点 $A(3, 0)$ ， $B(0, 6)$ 分别在 x 轴， y 轴上，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像经过点 D ，则 k 值为

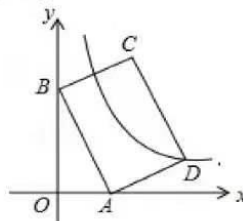
(A) -14. (B) 14. (C) 7. (D) -7.



(第6题)



(第7题)



(第8题)

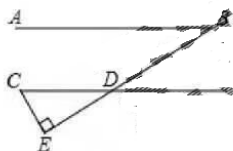
二、填空题 (本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分)

9. 计算: $\sqrt{3} \times \sqrt{2} =$ _____.

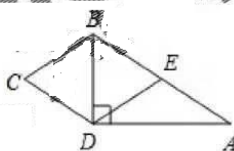
10. 因式分解: $a^2 - 4b^2 =$ _____.

11. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x - m = 0$ 有两个相等的实数根，则 m 的值为_____.

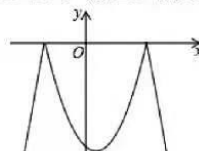
12. 如图， $AB \parallel CD$ ， BE 交 CD 于点 D ， $CE \perp BE$ 于点 E ，若 $\angle B = 34^\circ$ ，则 $\angle C$ 的大小为_____度.



(第12题图)



(第13题图)



(第14题)

13. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB=10$ ， $BD \perp AD$ ，若将 $\triangle BCD$ 沿 BD 折叠，点 C 与边 AB 的中点 E 恰好重合，则四边形 $BCDE$ 的周长是_____.

14. 在平面直角坐标中，将二次函数 $y = -x^2 + x + 6$ 在 x 轴上方的图像沿 x 轴翻折到 x 轴下方，图像的其余部分不变，将这个新函数的图像记为 G (如图所示). 当直线 $y = m$ 与图像 G 有 4 个交点时，则 m 的取值范围是_____.

三、解答题 (本大题共 10 小题，共 78 分)

15. (6 分) 计算: $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \sqrt{54} - (\sqrt{3} - 4)^0 + 2\sqrt{2} \sin 60^\circ$.

16. (6分) 先化简, 再求值: $(a+2)(a-2)+a(4-a)$, 其中 $a=\frac{1}{4}$.

17. (6分) 在大城市, 很多上班族选择“低碳出行”, 电动车和共享单车成为他们的代步工具. 某人去距离家 8 千米的单位上班, 骑共享单车虽然比骑电动车多用 20 分钟, 但却能强身健体, 已知他骑电动车的速度是骑共享单车的 1.5 倍, 求骑共享单车从家到单位上班花费的时间.

18. (7分) 如图, 在 8×5 的正方形网格中, 每个小正方形的边长均为 1, $\triangle ABC$ 的三个顶点均在小正方形的顶点上.

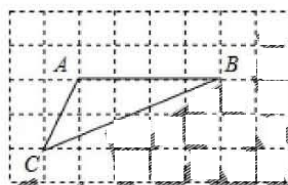


图1

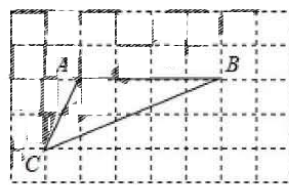
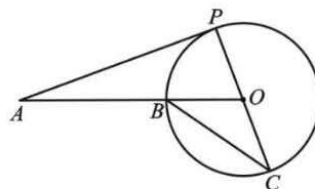


图2

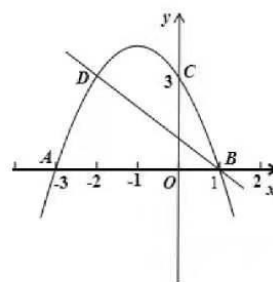
- (1) 在图 1 中画 $\triangle ABD$ (点 D 在小正方形的顶点上), 使点 C 与点 D 关于直线 AB 对称;
- (2) 在图 2 中画 $\triangle ABE$ (点 E 在小正方形的顶点上), 使 $\triangle ABE$ 的周长等于 $\triangle ABC$ 的周长; 且以 A 、 B 、 C 、 E 为顶点的四边形是中心对称图形; 直接写出图 2 中四边形的面积.

19. (7分) 如图, PC 是 $\odot O$ 的直径, PA 切 $\odot O$ 于点 P , OA 交 $\odot O$ 于点 B , 连结 BC . 已知 $\odot O$ 的半径为 2, $\angle C=35^\circ$.

- (1) 求 $\angle A$ 的度数.
- (2) 求 \widehat{BC} 的长. (结果保留 π)



20. (7分) 如图, 二次函数的图像与 x 轴交于 $A(-3, 0)$ 和 $B(1, 0)$ 两点, 交 y 轴于点 $C(0, 3)$, 点 C 、 D 是二次函数图像上的一对对称点, 一次函数的图像过点 B 、 D .

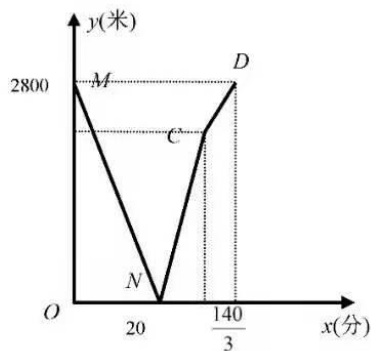


(第 20 题)

- (1) 请直接写出点 D 的坐标;
- (2) 求二次函数的解析式;
- (3) 根据图像直接写出使一次函数值大于二次函数值的 x 的取值范围.

21. (8分) 学校与图书馆在同一条直道路上, 甲从学校去图书馆, 乙从图书馆回学校, 甲、乙两人都匀速步行且同时出发, 乙先到达目的地, 两人之间的距离 y (米) 与时间 x (分钟) 之间的函数关系图如图所示.

- (1) 当 $x =$ 分钟时, 乙两人相遇, 乙的速度为 米/分钟, 点 C 的坐标为 ;
- (2) 求出甲、乙两人相遇后 y 与 x 之间的函数关系式;
- (3) 当乙到达距学校 800 米处时, 求甲、乙两人之间的距离.



(第 21 题)

22. (9分) 教材呈现：下图是华师版九年级上册数学教材第77页的部分内容。

猜想

如图 23.4.2，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别是 AB 与 AC 的中点，根据画出的图形，可以猜想：

$$DE \parallel BC, \text{ 且 } DE = \frac{1}{2}BC.$$

对此，我们可以用演绎推理给出证明。

证明 在 $\triangle ABC$ 中，
 \because 点 D 、 E 分别是 AB 与 AC 的中点，
 $\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}.$

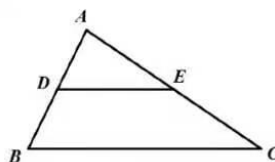


图 23.4.2

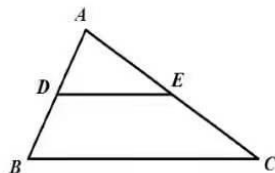
请根据教材提示，结合图①，写出完整的证明过程。

结论应用：

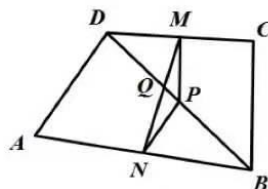
如图②在四边形 $ABCD$ 中，点 P 是对角线 BD 的中点， M 是 DC 中点， N 是 AB 中点， MN 与 BD 交于点 Q 。

(1) 求证 $\angle PMN = \angle PNM$ ；

(2) 若 $AD = BC = 4$ ， $\angle ADB = 90^\circ$ ， $\angle DBC = 30^\circ$ ，则 $PQ =$ _____。



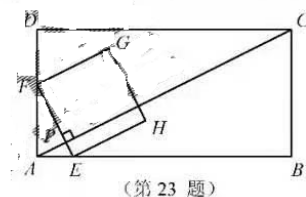
图①



图②

23. (10分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=6\sqrt{5}$, $BC=3\sqrt{5}$. 动点 P 从点 A 出发, 沿 AC 以每秒 4 个单位长度的速度向终点 C 运动. 过点 P (不与点 A 、 C 重合) 作 $EF \perp AC$, 交 AB 或 BC 于点 E , 交 AD 或 DC 于点 F , 以 EF 为边向右作正方形 $EFGH$. 设点 P 的运动时间为 t 秒.

- (1) ① $AC=$ _____;
 ② 当点 F 在 AD 上时, 用含 t 的代数式直接表示线段 PF 的长.
 (2) 当点 F 与点 D 重合时, 求 t 的值.
 (3) 设正方形 $EFGH$ 的周长为 l , 求 l 与 t 之间的函数关系式.
 (4) 直接写出对角线 AC 所在的直线将正方形 $EFGH$ 分成两部分面积比为 1:2 时 t 的值.



(第 23 题)

24. (12分) 已知抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 - 2$ 与 y 轴交于点 C .

- (1) 抛物线的顶点坐标为 _____, 点 C 坐标为 _____; (用含 m 的代数式表示)
 (2) 当 $m=1$ 时, 抛物线上有一动点 P , 设 P 点横坐标为 n , 且 $n > 0$.
 ① 若点 P 到 x 轴的距离为 2 时, 求点 P 的坐标;
 ② 设抛物线在点 C 与点 P 之间部分 (含点 C 和点 P) 最高点与最低点纵坐标之差为 h , 求 h 与 n 之间的函数关系式, 并写出自变量 n 的取值范围;
 (3) 若点 $A(-3,2)$ 、 $B(2,2)$, 连结 AB , 当抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 - 2$ 与线段 AB 只有一个交点时, 直接写出 m 的取值范围.

初三年级上学期期中数学考试评分标准 2019.10

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. B 2. D 3. C 4. A 5. D 6. A 7. C 8. B

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

9. $\sqrt{6}$ 10. $(a+2b)(a-2b)$ 11. -1 12. 56 13. 20 14. $-\frac{25}{4} < m < 0$

三、解答题（本大题共 10 小题，共 78 分）

15. $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \sqrt{54} - (\sqrt{3}-1)^0 - 2\sqrt{2} \sin 60^\circ$

$$= \frac{1}{4} - 3\sqrt{6} - 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= -\frac{3}{4} - 2\sqrt{6}.$$

(6 分)

16. $(a+2)(a-2) + a(4-a)$

$$= a^2 - 4 + 4a - a^2$$

(4 分)

$$= 4a - 4$$

当 $a = \frac{1}{4}$ 时，原式 $= 4 \times \frac{1}{4} - 4 = -3$.

(6 分)

17. 设骑共享单车从家到单位上班花费 x 分钟.

(1 分)

根据题意，得 $\frac{8}{x} \times 1.2 = \frac{1}{20}$

(3 分)

解得 $x = 60$

(5 分)

经检验， $x = 60$ 是原方程的解，且符合题意.

(6 分)

答：骑共享单车从家到单位上班花费 60 分钟.

18. (1) 如图 1 所示: $\triangle ABD$ 即为所求;

(3 分)

(2) 如图 2 所示: $\triangle ABE$ 即为所求,

(6分)

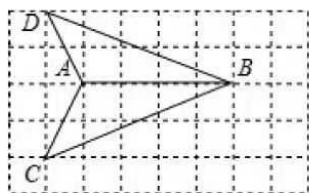


图1

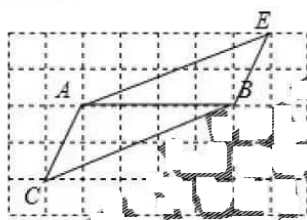


Figure 2

四边形 $ACBE$ 的面积为: $\frac{1}{2} \times 4 \times 2 \times 2 = 8$.

(7 分)

19. (1) $\because \angle AOP = 2\angle C$, $\angle C = 35^\circ$,

$$\therefore \angle AOP = 2 \times 35^\circ = 70^\circ.$$

(1 分)

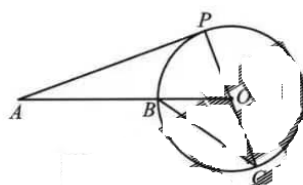
$\because PA$ 切 $\odot O$ 于点 P , PC 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle P = 90^\circ.$$

(2分)

$$\therefore \angle A + \angle AOP = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle A = 90^\circ - \angle AOP = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ.$$



(2) $\because \angle BOC = 180^\circ - \angle AOP$,

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ.$$

(5 分)

$$\therefore \widehat{BC} \text{ 的长为 } \frac{110\pi \times 2}{180} = \frac{11\pi}{9}.$$

(7分)

20. (1) $D(-2,3)$;

(2分)

$$(2) \quad y = -x^2 - 2x + 3$$

(5 分)

(3) $x < -2$ 或 $x > 1$

(7 分)

21. (1) 20, 80, (35, 2100)

(3 分)

(2) 设 NC 段所求函数关系式为 $y=kx+b$.

$$\begin{cases} 20k + b = 0, \\ 35k + b = 2100. \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} k = 140, \\ b = -2800. \end{cases}$$

$$\therefore y = 140x - 2800 \quad (20 \leq x \leq 35).$$

设 CD 段所求函数关系式为 $y = mx + n$.

$$\begin{cases} 35m + n = 2100, \\ \frac{140}{3}m + n = 2800. \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} m = 60, \\ n = 140. \end{cases}$$

$$\therefore y = 60x + 140$$

$$y = \begin{cases} 140x - 2800, & (20 \leq x \leq 35) \\ 60x + 140, & (35 \leq x \leq \frac{140}{3}). \end{cases}$$

(6 分)

$$(3) (2800 - 800) \div 80 = 25 \text{ (分钟)}$$

$$\text{当 } x = 25 \text{ 时, } y = 140 \times 25 - 2800 = 700 \text{ (米)}$$

答: 甲、乙两人之间的距离为 700 米.

(8 分)

(8 分)

22. 教材呈现:

证明: 在 $\triangle ABC$ 中,

\because 点 D 、 E 分别是 AB 与 AC 的中点,

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}.$$

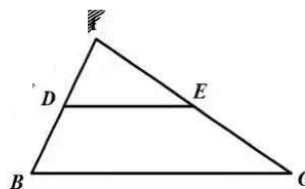
$\because \angle A = \angle A$,

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$$

$$\therefore \angle ADE = \angle ABC, \quad \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore DE \parallel BC, \text{ 且 } DE = \frac{1}{2}BC.$$

(4 分)



图①

结论应用

(1) $\because M, P$ 分别为 CD, BD 的中点,

$$\therefore MP = \frac{1}{2} BC.$$

$\because N, P$ 分别为 AB, BD 的中点,

$$\therefore NP = \frac{1}{2} AD.$$

$$\because AD = BC,$$

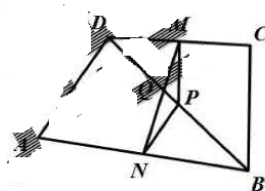
$$\therefore MP = NP,$$

$$\therefore \angle PMN = \angle MNP$$

(7 分)

(2) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(9 分)



图②

23. (1) ①15 ② $PF=8t$

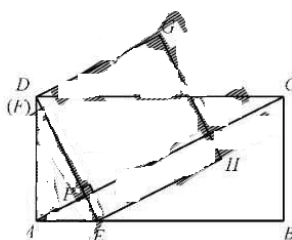
(2 分)

(2) 由题意, 得 $AF = \sqrt{5}AP = 4\sqrt{5}t$.

在矩形 $ABCD$ 中, $AD = BC = 3\sqrt{5}$.

当点 F 与点 D 重合时, 如图①.

$$\therefore AF = AD.$$



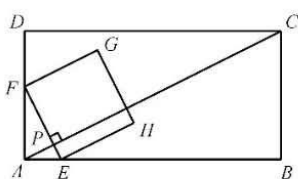
图①

$$\therefore 4\sqrt{5}t = 3\sqrt{5}, \text{ 解得 } t = \frac{3}{4}.$$

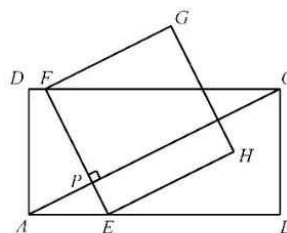
(4 分)

(3) ①当 $0 < t \leq \frac{3}{4}$ 时, ②.

$$l = 4(8t + 2) = 4.$$



图②



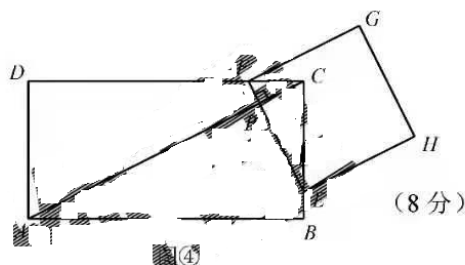
图③

②当 $\frac{3}{4} < t \leq 3$ 时, 如图③.

$$l = 4 \times \frac{3\sqrt{5}}{2} \times \sqrt{5} = 30.$$

③ 当 $3 < t < \frac{15}{4}$ 时, 如图④.

$$l = 4 \times \frac{5}{2} (15 - 4t) = -40t + 150.$$



(4) $\frac{5}{4}, \frac{5}{2}$. (每种情况1分, 共2分) (10分)

评分细则 (每个解法正确各得1分, 没有原始算式不扣分, 取值范围正确共得1分, 边界值的取舍如有错误扣1分)

24. (12分) 解: (1) 顶点 $(m, -2)$, 点 $C(0, m^2 - 2)$. (2分)

(2) ①当 $m = 1$ 时, $y = x^2 - 2x - 1$.

$\therefore P(n, n^2 - 2n - 1)$.

令 $n^2 - 2n - 1 = -2$ 解得 $n = 1 \therefore P_1(1, -2)$

令 $n^2 - 2n - 1 = 2$ 解得 $n_1 = 3, n_2 = -1$ (舍去)

综上: $P_1(1, -2), P_2(3, 2)$ (6分)

② $P(n, n^2 - 2n - 1), C(0, -1)$

当 $0 < n \leq 1$ 时, $h = -1 - (n^2 - 2n - 1) = -n^2 + 2n$

当 $1 < n \leq 2$ 时, $h = -1 - (-2) = 1$

当 $n > 2$ 时, $h = n^2 - 2n - 1 - (-2) = n^2 - 2n + 1$ (10分)

(4) $-5 \leq m < -1$ 或 $0 < m \leq 4$ (12分)